Physica VII, no 7 Juli 1940

BESTIMMUNG DER MAGNETISCHEN PERMEABILITÄT AUS WIDERSTANDSMESSUNGEN AN EISENDRÄHTEN VERSCHIEDENER STRUKTUR BEI FREQUENZEN DER GRÖSSENORDNUNG 10^8 HERTZ IM ZUSAMMENHANG MIT DER GRÖSSE DER WEISSSCHEN ELEMENTARBEZIRKE

von M. J. O. STRUTT und K. S. KNOL

Natuurkundig Laboratorium der N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken Eindhoven/Holland

Summary

It is shown in section I, that the permeability of iron wires at very high frequencies may be determined from the ratio of a.c. resistance to d.c. resistance under certain specified assumptions. In section II measurements of this ratio are given for frequencies up to about $3 \cdot 10^8$ cycles/sec. In order to obtain interesting data, it was necessary to place the wires in liquid oxygen (—183°C). Whereas the permeability, calculated from the above ratio, remains practically constant up to the said frequency at room temperature, it shows a marked decrease with increasing frequency in liquid oxygen for all the measured wires. These results and hypothesises for their explanation are discussed in section III. In section IV experiments on very thin iron layers upon constantan and iron wires are described. With a simple model, given by Heller, a satisfactory explanation of the phenomena is possible. Section V shows that this model allows to determine for the different wires the order of magnitude of the Weiss elementary domains. The results are compared with experiments of other authors and some unexplained questions are discussed in section VI, together with suggestions for further experiments.

I. *Bestimmung der Anfangspermeabilität aus dem Widerstand.* Wenn der Wechselstromwiderstand ferromagnetischer Drähte bei hohen Frequenzen gemessen wird, kann aus den erhaltenen Widerstandswerten unter gewissen vereinfachenden Annahmen die magnetische Permeabilität des Drahtmaterials mit Hilfe der Maxwellschen Theorie berechnet werden. Bei der Anwendung der Formeln

werden stets einige der nachstehenden Voraussetzungen benutzt:

a) Kreisrunder Drahtquerschnitt.
b) Homogenes Drahtmaterial.
c) Keine Hysterese.
d) Feldstärkeunabhängige Permeabilität.
e) Alle Drahtabmessungen klein in Bezug auf die Wellenlänge im umgebenden Medium.

Wenn diese Voraussetzungen sämtlich erfüllt sind, ergibt sich theoretisch für das Verhältnis des Wechselstromwiderstandes R zum Gleichstromwiderstand R_0 die Formel (vergl. die Nummern 5, 21, 40 und 41 des Schrifttums):

$$\frac{R}{R_0} = F\left(\frac{f\mu}{r}\right), \tag{1}$$

wobei f die Frequenz, μ die Permeabilität und r den Gleichstromwiderstand einer Längeneinheit des Drahtes bedeuten. Die Funktion F ist bekannt und tabelliert. Da die Grössen R, R_0, f und r gemessen werden, erhält man mit Hilfe der Formel (1) die gesuchte Permeabilität μ. Die Diskussion der Notwendigkeit der genannten Voraussetzungen muss im Anschluss an jeden Experimentalfall durchgeführt werden und würde hier zu weit führen.

In den vergangenen 40 Jahren sind viele Messungen auf Grund obiger Überlegungen durchgeführt worden (z.B. Schrifttum Nr. 1, 2, 5, 11, 12, 15, 16, 17, 23, 24, 25, 26, 28, 30, 33, 38, 39, 41, 42, 45, 46, 47, 48). Eine kritische Betrachtung der hierbei erhaltenen Ergebnisse führt zu folgendem Bild: Die magnetische Permeabilität ist bei Zimmertemperatur für Frequenzen von einigen Hertz bis zu etwa 10^8 Hz konstant und zeigt dann von 10^8 Hz ab einen raschen Abfall vom ursprünglichen Wert (z.B. 100) bis auf Werte, die in der Grössenordnung 1 liegen. Bei ultraroten Frequenzen wurde aus Reflexionsmessungen eine Permeabilität 1 ermittelt (13). Bei einigen Autoren werden mitunter starke Anomalien im Frequenzverlauf der Permeabilität verzeichnet (z.B. 48). Diese Anomalien erwiesen sich aber bisher stets bei genauerer Nachprüfung als in Wirklichkeit nicht vorhanden. Sie werden meistens durch besondere Messanordnungen bedingt, die unkontrollierte Resonanzerscheinungen bei gewissen Frequenzen verursachen. Jedenfalls gibt es bis heute keine einzige einwandfrei feststehende Anomalie bis 10^8 Hz und man muss erwarten, dass unter idealen Messbedingungen (vergl. die obigen Voraussetzun-

gen) die magnetische Permeabilität wirklich von einigen Hz an bis etwa 10^8 Hz bei Zimmertemperatur konstant ist. Dieser konstante Verlauf wurde von mehreren Autoren in grösseren Teilgebieten des genannten Frequenzintervalls gemessen (vergl z.B. 28, 38, 41, 42, 46, 47), allerdings stets an unter sich *verschiedenen* und teilweise in Bezug auf Vorbehandlung unkontrollierten Metallproben. Bisher ist noch nie im ganzen Frequenzintervall von einigen bis 10^8 Hz an einem und demselben einwandfreien Draht die Permeabilität unter zuverlässigen Bedingungen gemessen, was zweifellos mit den hierbei auftretenden beträchtlichen Anforderungen an Experimentalmitteln zusammenhängt. Zu den genannten Anomalien rechnen wir auch die von einigen Autoren (vergl. 1 und 29) verzeichnete allmähliche Abnahme der Permeabilität als Funktion der Frequenz in einem betrachteten Frequenzgebiet unterhalb 10^8 Hz. Diese Abnahme wird von uns ebenfalls auf Rechnung von „nicht idealen" Versuchsbedingungen (vergl. die obigen Voraussetzungen) gesetzt (vergl. auch Abschnitt VI), da wir bei genauen Messungen unter möglichst einwandfreien Bedingungen im Frequenzintervall 10^6 bis 10^8 Hz keine oder fast keine Abnahme fanden (Schrifttum 41 und 45). Es soll noch erwähnt werden, dass auch theoretisch keine plausibele Ursache für Anomalien im Frequenzgang der Permeabilität bei *homogenem* Material, aus Messungen der erwähnten Art bei Zimmertemperatur berechnet, bekannt ist.

II. *Messergebnisse der Permeabilität massiver Drähte bei Zimmertemperatur und in flüssigem Sauerstoff* (—183°C). In den letzten Jahren haben wir Messmethoden entwickelt zur Bestimmung von Strömen, Spannungen und Impedanzen bis Frequenzen von etwa $1{,}5 \cdot 10^9$ Hz hinauf (z.B. 44). Die hier angeführten Messungen bilden einen Teil unseres Programms zur Anwendung dieser Messmethoden auf die Erforschung einer Reihe von bis jetzt schwer zugänglichen elektromagnetischen Materialeigenschaften bei diesen hohen Frequenzen.

Ein Permeabilitätsabfall tritt nach Obigem bei Zimmertemperatur erst bei Frequenzen oberhalb etwa 10^8 Hz auf, sofern die obigen Voraussetzungen, insbesondere (*c*) und (*d*) erfüllt sind. Wenn man diese Bedingungen fallen lässt, treten auch bereits bei niedrigeren Frequenzen (z.B. 10^6 bis 10^7 Hz) bei Zimmertemperatur Frequenzabhängigkeiten der aus den Messungen berechneten magnetischen Grös-

sen auf (z.B. 23; 5, S. 236). Diese, auf irreversibelen magnetischen Vorgängen beruhende Frequenzabhängigkeit lassen wir weiterhin ausser Acht.

Da Messungen bei Frequenzen der Grössenordnung 10^9 oder 10^{10} Hz. Experimentalmittel erfordern, wobei die Einhaltung der obigen Voraussetzungen besondere Schwierigkeiten bereitet (namentlich *e*), haben wir einen Kunstgriff angewandt, durch welchen die Verfolgung des Permeabilitätsabfalls bereits bei Frequenzen der Grössenordnung 10^8 Hz möglich wird. Dieser Kunstgriff beruht auf Überlegungen, nach denen für den Permeabilitätsabfall nicht eine kritische Frequenz sondern vielmehr eine kritische Dicke massgebend ist. Wenn wir die Temperatur, bei der die Messungen stattfinden, stark erniedrigen, sinkt der spezifische Widerstand r aus Gl. 1 herab. Wenn man annimmt, dass für einen Permeabilitätsabfall die Eindringungstiefe des Feldes in den Draht, die bekanntlich, wie der Wechselstromwiderstand, eine Funktion von $f\mu/r$ ist, einen bestimmten kritischen Wert unterschreiten muss, so sieht man ein, dass dies ebenso gut durch Erniedrigung des spezifischen Widerstandes als durch Erhöhung der Frequenz möglich sein muss. Wir haben Messungen bei Zimmertemperatur und in flüssigem Sauerstoff ausgeführt. Bei letzterer Temperatur ist der spezifische Widerstand von Eisen auf etwa 1/5 bis 1/6 des Wertes bei Zimmertemperatur gesunken (vergl. untenstehende Tabelle). Eine Messung bei der Frequenz 3.10^8 Hz in flüssigem Sauerstoff müsste deshalb analoge Ergebnisse zeigen, wie eine Messung bei etwa 10^9 Hz bei Zimmertemperatur. Es müsste also bereits eine sehr merkliche Frequenzabhängigkeit der aus den Messungen berechneten Permeabilität vorhanden sein.

Die Messergebnisse für drei Eisendrähte *A*, *B* und *C* (vergl. 45) sind in Abb. 1 zusammengestellt. Die Daten dieser Drähte waren:

TABELLE I

Draht	Länge mm	Durchmesser mm	Widerstand bei 20°C (Ohm)	Widerstand bei —183°C (Ohm)
A	8,5	0,020	2,86	0,548
B	11,5	0,040	1,00	0,170
C	10,0	0,020	3,34	0,555

Die Drähte haben vor der Messung eine sorgfältige Vorbehandlung erfahren (u.A. Glühen in einer Wasserstoffatmosphäre auf etwa

840°C während etwa 3 Stunden), wodurch alle Spannungen möglichst beseitigt sind (vergl. 45). Die in Abb. 1 gezeichneten Striche sollen

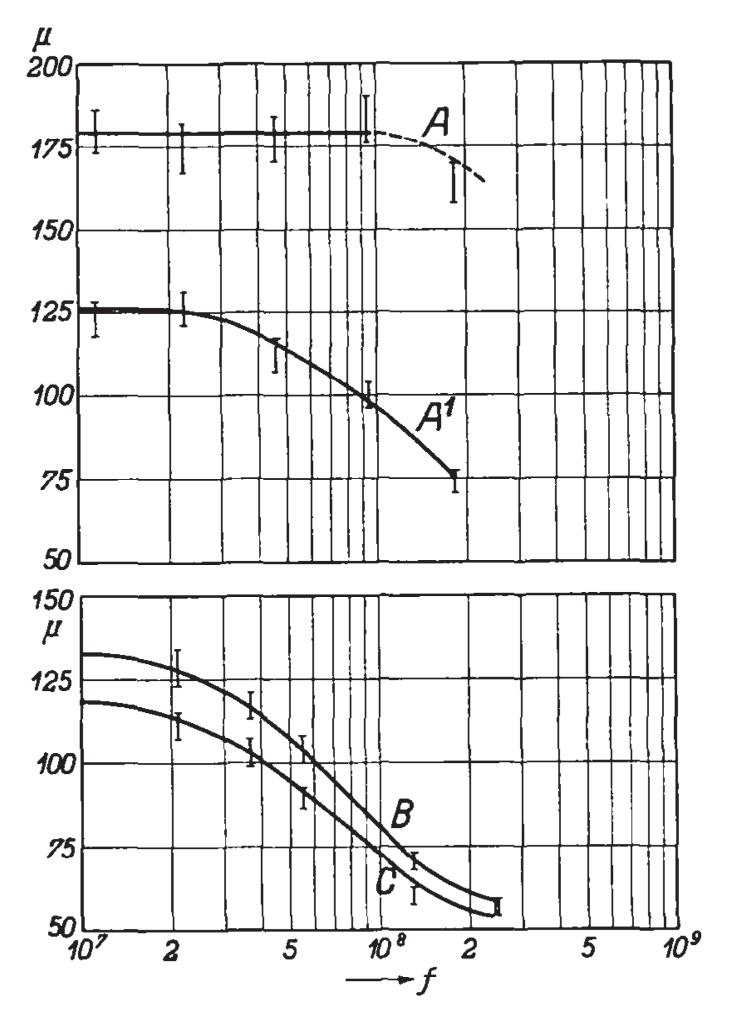


Abb. 1. Vertikal: Permeabilität. Horizontal: Frequenz in Hertz. Kurve *A* bezieht sich auf Draht *A* (Tabelle I von Abschnitt II) bei 20°C. Kurve *A'* bezieht sich auf den gleichen Draht bei —183°C. Die Kurven *B* und *C* gehören zu den Drähten *B* und *C* (Tabelle I von Abschnitt II) bei —183°C. Die Striche geben die Höchstfehlergrenzen der Messungen an.

die Fehlergrenzen zeigen. Der Widerstand wurde mit einem Höchstfehler von etwa ± 2% gemessen. Daraus ergibt sich für die Anfangspermeabilität ein Höchstfehler von etwa ± 4%. Die Kurven *A* und *A'* der Abb. 1 zeigen deutlich dass die gemachte Annahme das Richtige trifft: *Während bei Zimmertemperatur die Permeabilität noch praktisch konstant ist, ist bei* —183°C *bereits eine sehr deutliche Frequenzabhängigkeit im betrachteten Messgebiet zu verzeichnen.* Bemerkenswert ist, dass die Drähte *B* und *C* beide einen Kurvenverlauf für die Permeabilität ergeben, wobei diese bei den höchsten Messfre-

quenzen (etwa 2,2 . 10^8 Hz) die Neigung hat, wieder konstant zu werden als Funktion der Frequenz. Weiter ist bemerkenswert, dass die Permeabilität bei —183°C niedriger ist als bei Zimmertemperatur (Messungen A und A'), während alle gemessenen Permeabilitätswerte bedeutend niedriger sind, als die für das Ausgangsmaterial ballistisch bestimmte Anfangspermeabilität (in der Grössenordnung 1000). Was die Feldstärkeabhängigkeit der Permeabilität betrifft, liegt eine Messung bei etwa 10^8 Hz vor (vergl. 45). Beim Draht A (Zimmertemperatur) wurde hierbei die magnetische Feldstärke an der Drahtoberfläche von etwa 1 bis 2 Oersted verändert. Der Widerstand änderte sich hierbei um weniger als 1%, die Permeabilität somit um weniger als 2%. Für diese Messbedingungen war also die Voraussetzung (*d*) (vergl. oben) erfüllt.

III. *Diskussion der Messergebnisse.* Die Kurven der Abb. 1 zeigen, dass es eine kritische Frequenz und somit eine kritische Zeit im Ablauf der elektromagnetischen Vorgänge gibt, bei der Änderungen der Feldverhältnisse im Draht auftreten, welche nicht durch die Maxwellsche Theorie mit homogenen Konstanten beschrieben werden können. Wir betrachten das Feld im Drahtmaterial. Bei diesen hohen Frequenzen dringt das Feld von der Drahtoberfläche her nur bis zu einer sehr geringen Tiefe in das Drahtinnere ein. Wenn H_0 die magnetische Feldstärke an der Drahtoberfläche (tangential zu dieser Oberfläche gerichtet) darstellt und H die ebenso gerichtete Feldstärke im Drahtinneren, so ergibt sich für homogene Drähte aus der Maxwellschen Theorie angenähert die Gleichung:

$$H = H_0 \exp\left(-x\sqrt{\frac{4\pi^2 f \sigma\mu}{10^9}}\right). \qquad (2)$$

Hierbei ist x der Abstand von der Drahtoberfläche (cm), f die Frequenz (Hz), σ die elektrische Leitfähigkeit ($\mathrm{Ohm}^{-1}\ \mathrm{cm}^{-1}$) μ die Permeabilität. Bei Zimmertemperatur ist für die oben betrachteten Drähte σ etwa $10^5\ \mathrm{Ohm}^{-1}\ \mathrm{cm}^{-1}$ und bei —183°C etwa gleich 5 . $10^5\ \mathrm{Ohm}^{-1}\ \mathrm{cm}^{-1}$. Als „Eindringungstiefe" des Feldes definieren wir einen Wert x, für den das Argument der Exponentialfunktion in (2) gleich 1 wird. Die Grössenordnung dieser Eindringungstiefe geht aus folgender Tabelle hervor, in der x in Mikron (10^{-4} cm) ausgedrückt ist, für verschiedene Werte von σ und von μ bei $f = 3 . 10^8$ Hz:

TABELLE II

σ \ μ	1	100
10^5	9,1	0,91
$5 . 10^5$	4,1	0,41

Es liegt auf der Hand, mit Hilfe der Formel (2) eine Umdeutung der erwähnten, experimentell ermittelten „kritischen Zeit" durch eine „kritische Länge" zu geben. Diese Umdeutung kann in verschiedener Weise durchgeführt werden. Es ist vorgeschlagen worden (vergl. 36, 37), von der Annahme auszugehen, dass die Eisendrähte von einer dünnen Schicht nicht magnetischen Materials ($\mu = 1$) bedeckt sind, während im „Kern" ein homogenes magnetisches Material vorliegt. Die hierbei von anderer Seite angewandten Formeln sind nicht zuverlässig, wodurch die im Schrifttum für die Dicke einer solchen Schicht (etwa 10^{-5} cm), die zur Erklärung der Messungen erforderlich wäre, angegebenen Werte nicht den wirklichen Werten (Grössenordnung 10^{-4} cm) entsprechen, die sich aus einer genauen Berechnung (vergl. 43) ergeben. Zur Prüfung dieser „Oberflächenschichthypothese" können Messungen mit sehr dünnen Eisenschichten dienen.

Man kann von einem massiven Draht geringer Permeabilität ausgehen (wir haben Konstantan gewählt) und diesen Draht mit Eisenschichten verschiedener Dicke umgeben. Wenn man zunächst annimmt, dass die magnetischen Eigenschaften solcher Schichten wenig von denjenigen massiver Eisendrähte abweichen, könnte man folgendes erwarten:

a) die dünne Eisenschicht enthält keine unmagnetische Oberflächenschicht. Die „kritische Zeit" wäre demnach viel kürzer (wenn überhaupt vorhanden).

b) Die dünne Eisenschicht enthält eine unmagnetische Oberflächenschicht (übrigens schwer zu verstehender Herkunft). In diesem Fall sollte man analoge „kritische Zeiten" finden, wie bei massiven Drähten. Man könnte sogar erwarten, dass bei genügend geringer Dicke die genannte Eisenschicht die Permeabilität 1 aufweisen würde. Im Falle (*a*) (wir werden im nächsten Abschnitt zeigen, dass diese Möglichkeit in Wirklichkeit zutrifft) kann man einen Schritt weiter gehen. Ein massiver Eisendraht, wie für die in Abschnitt II erwähnten Messungen benutzt, wird zunächst mit einer sehr dünnen nicht

magnetischen Schicht (etwa 10^{-6} cm) bedeckt. Hierauf wird eine dünne Eisenschicht (Grössenordnung 10^{-4} cm) angeordnet. Die Zwischenschicht soll nur dazu dienen, das Eisen im massiven Draht vom Eisen der dünnen Eisenschicht zu trennen. Durch dieses Vorgehen können wir mit einiger Sicherheit erwarten, dass letztere Schicht wieder die gleichen Eigenschaften zeigt, wie im Falle eines Kernes aus Konstantandraht, während ohne Zwischenschicht vielleicht die Struktur des Eisenkernes jene der Eisenschicht beeinflussen würde. Wenn man nun von der obengenannten Hypothese ausgeht, derzufolge der massive Eisendraht eine nicht-magnetische Oberflächenschicht (Grössenordnung 10^{-4} cm) besitzt, ergibt sich bei der zuletzt genannten Anordnung von Innen nach Aussen die Reihenfolge: ferromagnetisches Material, nicht-magnetische Schicht, ferromagnetische Schicht. Eine Messung des Widerstandes von so präparierten Drähten als Funktion der Frequenz müsste einen Verlauf ergeben, der diesen Aufbau erkennen lässt.

IV. *Messungen an sehr dünnen Eisenschichten.* Bei der Herstellung von Eisenschichten, deren Dicke in der Grössenordnung 10^{-4} cm liegt, waren zunächst einige experimentelle Schwierigkeiten zu überwinden. Folgendes Verfahren erwies sich schliesslich als brauchbar. Eine Lösung von 50 Gewichtsteilen $FeCl_2$, 50 Gewichtsteilen $CaCl_2$ und 75 Gewichtsteilen destilliertem Wasser wurde zum Sieden gebracht und hierauf filtriert. Bei einer Badtemperatur von etwa 90°C wurde dann Elektrolyse vorgenommen, wobei ein zylindrisch gebogenes Blech aus reinem Eisen als Anode und der zu bedeckende Draht als Kathode diente. Die Stromdichte war auf letzterem Draht etwa 30 mA/cm^2. Der zu bedeckende Draht wurde vorher mit einem Entfettungsmittel behandelt (z.B. Hexan), dann in verdünnter (etwa 0,2 norm) Salzsäure abgebeizt, hierauf in destilliertem Wasser gespült und sofort der elektrolytischen Behandlung unterzogen. Sorgfältige Einhaltung dieses Verfahrens und Verwendung von möglichst sauberen Lösungen führen zu dichten, zusammenhängenden Eisenschichten. Wir haben diese Schichten mit einem Metallmikroskop (etwa 100-fache Vergrösserung) untersucht und fanden ein metallisches Aussehen, das wenig Unterschied von der Oberfläche massiver Eisendrähte zeigte. Aus der ebenfalls mikroskopisch bestimmten Schichtdicke konnten durch Widerstandsmessungen bei Zimmertemperatur und bei —183°C der spezifische Widerstand und seine Tem-

peraturabhängigkeit bestimmt werden. Auch hieraus musste auf vollkommen zusammenhängende Schichten aus reinem Eisen geschlossen werden. Bemerkt sei noch dass alle Eisendrähte und Eisenschichten mit einer dünnen Paraffinschicht bedeckt wurden, zur Vermeidung von Oxydation. Diese Paraffinschicht hatte keinen Einfluss auf die Messergebnisse. Die mit Eisenschichten zu bedeckenden Eisendrähte wurden zuerst auf elektrolytischem Wege verkupfert. Darauf wurde die Kupferschicht wieder grösstenteils, bis auf eine restliche Schicht von etwa 10^{-6} cm Dicke, abgebeizt. Schliesslich fand die Herstellung der Eisenschicht nach obigem Rezept statt. Unsere Messergebnisse für einige so hergestellte Eisenschichten sind in Abb. 2 zusammengestellt.

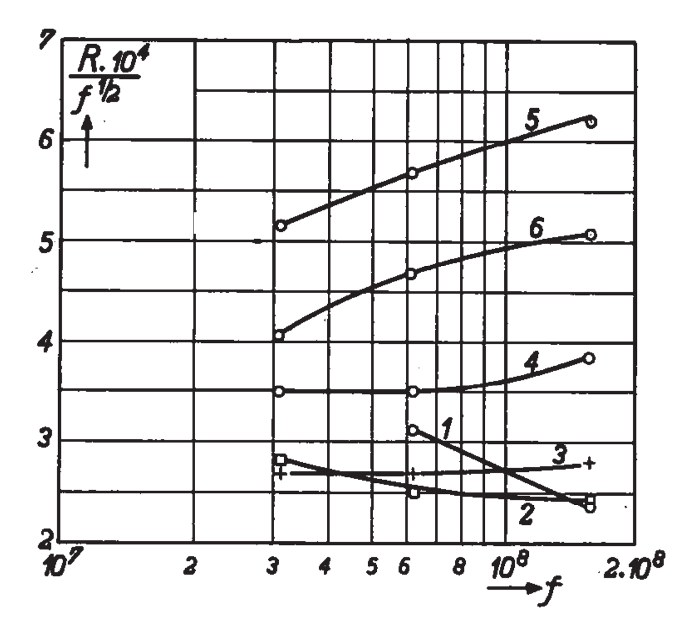


Abb. 2. Vertikal: gemessener Wechselstromwiderstand R in Ohm, multipliziert mit 10^4, dividiert durch Quadratwurzel der Frequenz f in Hz. Horizontal: Frequenz in Hz. Alle Messungen fanden in flüssigem Sauerstoff (—183°C) statt. Die Eisenschichten waren durch dünne Paraffinhäutchen geschützt. Dieses Häutchen hat keinen messbaren Einfluss auf die Ergebnisse. Kurve 1: Konstantandraht von 42 . 10^{-4} cm Durchmesser mit elektrolytischer Eisenschicht von 0,44 . 10^{-4} cm Dicke. Kurve 2: derselbe Konstantandraht mit einer Eisenschicht von 1,12 . 10^{-4} cm Dicke. Kurve 3: derselbe Konstantandraht mit einer Eisenschicht von 1,91 . 10^{-4} cm Dicke. Kurve 4: unausgeglühter Eisendraht (Carbonyleisen) von 20 . 10^{-4} cm Durchmesser mit einer Kupferschicht von etwa 10^{-6} cm Dicke und darauf einer Eisenschicht von 0,44 . 10^{-4} cm Dicke. Kurve 5: derselbe Eisendraht mit Kupferschicht und einer Eisenschicht von 0,95 . 10^{-4} cm Dicke. Kurve 6: derselbe Eisendraht mit Kupferschicht und einer Eisenschicht von 1,45 . 10^{-4} cm Dicke.

Wir diskutieren zunächst die Kurven 1, 2 und 3. Hierzu schicken wir voraus, dass die Funktion F in Gl. (1) für genügend grosse Werte des Argumentes nahezu durch den Ausdruck:

$$F \approx \left(\frac{f\mu}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

dargestellt wird. Wenn wir den Wechselstromwiderstand R somit durch die Quadratwurzel der Frequenz f dividieren, kommt in diesen Fällen eine frequenzunabhängige Grösse heraus. Für Materialien mit grossem spez. Widerstand (r gross) und mit der Permeabilität $\mu = 1$ (unser Konstantandraht ist aus einem solchen Material angefertigt) ist im gemessenen Frequenzgebiet die Beziehung (2) noch nicht erfüllt und nimmt daher $R/\sqrt{f}$ als Funktion von f ab. Diese Verhältnisse treten bei der Kurve 1 der Abb. 2 auf. Hier ist die Eisenschicht so dünn ($0{,}44 \,.\, 10^{-4}$ cm), dass der Konstantankern noch wesentlich an der Stromleitung und am Wechselstromwiderstand beteiligt ist. Andrerseits zeigt die Eisenschicht jedoch bereits eine merkliche Permeabilität. Von einer unmagnetischen Schicht von der Grössenordnung 10^{-4} cm kann somit keine Rede sein. Bei der Kurve 2 ist die Eisenschicht dicker ($1{,}12 \,.\, 10^{-4}$ cm) und ist die Abnahme von $R/\sqrt{f}$ mit zunehmender Frequenz nur noch gering, während bei der Kurve 3 (Eisenschichtdicke $1{,}91 \,.\, 10^{-4}$ cm) die Grösse $R/\sqrt{f}$ bereits praktisch frequenzunabhängig ist. Man kann aus diesen Messungen schliessen, dass die für den Wechselstromwiderstand massgebende Eisenschichtdicke etwas grösser als 10^{-4} cm ist. Eine zweite sehr bemerkenswerte Folgerung aus den Kurven 2 und 3 der Abb. 2 lautet, dass die Permeabilität dieser Eisenschichten bis zu Frequenzen $1{,}5 \,.\, 10^8$ Hz noch nicht abnimmt, wenn sie nach dem in Abschnitt I dargelegten Verfahren aus dem Wechselstromwiderstand bestimmt wird. Dieses Ergebnis steht in krassem Gegensatz zu den Daten von Abb. 1. *Wir müssen schliessen, dass unsere elektrolytischen Eisenschichten eine von derjenigen unserer massiven Eisendrähte stark abweichende Struktur besitzen wodurch dieses verschiedene Verhalten der Permeabilität als Funktion der Frequenz verursacht wird.* Aus den Kurven 2 und 3 der Abb. 2 ergibt sich eine effektive Permeabilität der Eisenschichten von etwa 90.

Wir behandeln jetzt die Kurven 4, 5 und 6 der Abb. 2. Hierbei wurde als Kern ein Eisendraht benutzt, wie für die Messungen von Abb. 1 und auf diesem Eisendraht wurde, wie oben beschrieben, eine sehr

dünne Kupferschicht (etwa 10^{-6} cm) und darauf eine elektrolytische Eisenschicht angeordnet. Die Permeabilität des Kerndrahtes war etwa 70; es handelt sich hierbei um nicht ausgeglühten Eisendraht. Die effektive Permeabilität des Schichtmaterials kann auf etwa dieselbe Grösse geschätzt werden, wie oben für dünne Eisenschichten auf Konstantankerndraht angegeben wurde. Wir können die gemessenen Kurven 4, 5 und 6 verstehen, ohne dass es notwendig wäre, das Vorhandensein einer nicht-magnetischen Schicht an der Oberfläche des Kerndrahtes in Betracht zu ziehen. Bei der Kurve 4 ist die Oberflächenschicht so dünn, dass sich die elektromagnetischen Vorgänge hauptsächlich im Kern abspielen (vergl. auch Kurve 1). Wenn $R/\sqrt{f}$ frequenzunabhängig wäre, würden wir auf eine konstante Permeabilität des Kerndrahtes in diesem Frequenzgebiet schliessen. Ohne Oberflächen-Eisenschicht würde diese Permeabilität im gemessenen Frequenzgebiet bereits stark herabsinken (Abb. 1) und folglich auch $R/\sqrt{f}$ abnehmen als Funktion der Frequenz. In Wirklichkeit (Kurve 4 der Abb. 2) nimmt $R/\sqrt{f}$ etwas zu bei steigender Frequenz. Man kann dies als Anzeichen für eine wenig frequenzabhängige Permeabilität des Kernmaterials und für eine etwas grössere nahezu frequenzunabhängige Permeabilität der Eisenschicht deuten. Im gleichen Sinne ist die Kurve 5 zu verstehen, wobei die Oberflächen-Eisenschicht eine bedeutendere Rolle spielt, da sie dicker ist. Bei der Kurve 6 zeigt sich eine gewisse „Sättigung", welche dem Umstand zuzuschreiben ist, dass oberhalb 5.10^7 Hz der Kern eine immer geringere Rolle für den Gesamtwechselstromwiderstand spielt, da die elektromagnetischen Vorgänge sich grösstenteils in der Schicht abspielen. Wir haben somit kein Anzeichen für das Vorhandensein einer nichtmagnetischen Oberflächenschicht auf dem Kerndraht (Grössenordnung 10^{-4} cm) gefunden. Ausserdem findet die Permeabilitätsabnahme dieses Drahtes bei steigender Frequenz offenbar nicht oder in viel geringerem Masse statt im Falle, dass eine elektrolytische Eisenschicht den Draht bedeckt, als im Falle, dass diese Schicht nicht vorhanden ist bei ausgeglühten Drähten.

V. *Deutung der Messungen mit Hilfe W e i s s scher Bezirke.* Es ist bereits im Schrifttum darauf hingewiesen worden (vergl. 3, 4, 5) dass die oben beschriebene Abnahme der nach Formel (1) berechneten Permeabilität bei massiven Eisendrähten für hohe Frequenzen der endlichen Ausdehnung der W e i s s schen Bezirke zugeschrieben

werden muss. Die betreffenden Überlegungen ergeben kein anschauliches Bild der physikalischen Vorgänge. Wir ziehen deshalb als Grundlage unserer Erörterungen ein Modell vor, das von G. Heller stammt. Hierbei wird die Existenz von Weissschen Bezirken an der Drahtoberfläche angenommen, deren Magnetisierungsrichtung und deren grösste Ausdehnung parallel zu dieser Oberfläche verläuft. (Unter gewissen Umständen könnten die wirklich vorhandenen Bezirke einen Vorzug für diese Form haben, vergl. 6). Ein Querschnitt eines Eisendrahtes mit einer Ebene durch die Achse würde demnach in der Nähe der Oberfläche etwa wie in Abb. 3 aussehen. Hierbei stellt A die Drahtoberfläche (magnetische Feldstärke H_0 Oersted) dar. Die Dicke des Weissschen Bezirkes ist x_0. Zwischen dem obersten Weissschen Bezirk und dem nächsten ist eine Wand BC der Dicke d vorhanden (grössenordnungsmässig etwa 30 Atome, also etwa 10^{-6} cm). Die Weissschen Bezirke sind selber bis zur Sättigung magnetisiert. Im Innern eines solchen Bezirkes ist demnach die Permeabilität $\mu = 1$. Die Übergangswand zwischen zwei Bezirken hat hingegen die Eigenschaften eines Mediums sehr hoher Permeabilität μ. Die gesamte mittlere Permeabilität des Eisens bei homogenem stationärem äusserem Feld kommt durch arithmetische Mittelwertbildung zwischen den grossen Bezirken mit der Permeabilität 1 und den kleinen Übergangsgebieten mit hoher Permeabilität μ zustande.

Wir betrachten jetzt das Verhalten eines solchen einfachen physikalischen Modells in einem äusseren Wechselfeld hoher Frequenz. Hierbei kann man sich vorstellen, dass die elektromagnetischen Wellen von der Drahtoberfläche her (in Abb. 3 von links) in das Innere des Drahtes vordringen. Hierbei stossen sie abwechselnd auf Bezirke beträchtlicher Dicke (in Abb. 3 gleich x_0) mit der Permeabilität $\mu = 1$ und auf Gebiete geringer Dicke (in Abb. 3 gleich d) mit hoher Permeabilität. Heller hat das Verhalten eines solchen Modells für ebene Wellen und ebene Wände vollständig durchgerechnet (unveröffentlicht). Wir brauchen für unseren Zweck zur Begründung unserer Messergebnisse aber nicht auf die betreffenden (komplizierten) Formeln einzugehen. Eines geht aus dem behandelten Bild sofort hervor: Wenn die in den Draht eindringende elektromagnetische Welle in einem Abstand x_0 von der Oberfläche (Abb. 3) bereits beträchtlich an Amplitude verloren hat (infolge der Gl. 2), so muss auch die effektive Permeabilität des Drahtes für die betreffende Frequenz

bereits beträchtlich niedriger liegen als der statische Wert. Denn der Beitrag des ersten Wandbezirkes hoher Permeabilität (*BC* in Abb. 3) zur effektiven Gesamtpermeabilität ist dann infolge der dort herrschenden niedrigen Feldstärke bedeutend niedriger als im statischen Falle. Ein Blick auf die Tabelle II in Abschnitt III zeigt, dass der Wert x_0, für den die Feldstärke bei einer Frequenz von 3 . 10^8 Hz auf den 1/2,718-ten Teil der Feldstärke H_0 an der Drahtoberfläche gesunken ist, etwa 4 . 10^{-4} cm beträgt. Die Abb. 1 lehrt andrerseits dass unter diesen Umständen die effektive Permeabilität bereits beträchtlich herabgesunken ist. *Wir können demnach unsere Messergebnisse für massive Drähte dem obigen Modell (Abb. 3) entsprechend durch W e i s s sche Bezirke an der Drahtoberfläche deuten, deren Dicke in der Grössenordnung einiger Mikron liegt.*

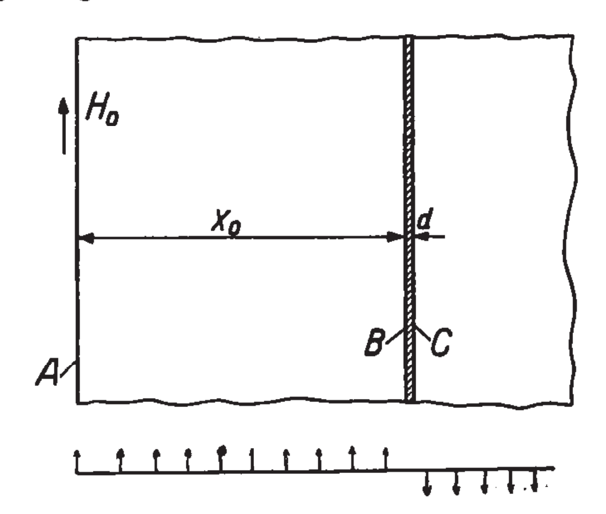


Abb. 3. Querschnitt durch einen Eisendraht mit einer Ebene durch die Achse. *A* Drahtoberfläche mit der magnetischen Feldstärke H_0. *BC* ist die Übergangswand zwischen dem ersten W e i s s schen Bezirk (Dicke x_0) und dem zweiten. Die Dicke *d* dieser Übergangswand ist etwa 10^{-6} cm, während x_0 zwischen 10^{-4} und 10^{-3} cm liegt. Unten: Pfeile zeigen Magnetisierungsrichtung der W e i s s schen Bezirke.

Diese Überlegungen wenden wir auch auf die dünnen elektrolytischen Eisenschichten an. Unsere Messungen (Abb. 2, Kurven 1, 2, 3) zeigen, dass die effektive Permeabilität bei der Frequenz 3 . 10^8 Hz in flüssigem Sauerstoff noch praktisch nicht herabgesunken ist. Hieraus kann gefolgert werden, dass die Ausdehnung der W e i s s schen Gebiete in diesem Fall bedeutend geringer sein muss, als im Falle der massiven Drähte. Schätzungsweise ist die Abmessung x_0 nach Abb. 3 für die elektrolytischen Eisenschichten höchstens etwa ein Zehntel

des Wertes bei massiven Drähten also höchstens in der Grössenordnung 10^{-5} cm.

Wir möchten darauf hinweisen, dass zwischen dem Hellerschen Modell und der Hypothese einer unmagnetischen Oberflächenschicht eine gewisse äussere Analogie besteht, namentlich wenn man sich bei der Anwendung des Modells auf den ersten Weissschen Bezirk an der Oberfläche beschränkt. Das Modell hat jedoch den Vorteil einer besseren physikalischen Grundlage und ist auf Materialien verschiedener Struktur anwendbar (z.B. auf unsere elektrolytischen Eisenschichten). Andrerseits ist schwer einzusehen, wieso verschiedene Materialien unmagnetische Oberflächenschichten verschiedener Dicke aufweisen könnten.

VI. *Vergleich mit anderweitigen Messungen. Ungeklärte Fragen.* Auf unsere Bitte hat W. G. Burgers von unseren massiven Eisendrähten, sowie von elektrolytischen Eisenschichten Röntgenaufnahmen angefertigt zur Feststellung der Kristallgrösse. Hierbei lagen zunächst einige experimentelle Schwierigkeiten durch die geringen zur Verfügung stehenden Materialmengen vor. Durch Verwendung mehrerer Eisendrähte und durch Herstellung elektrolytischer Eisenschichten nach dem oben angegebenen Verfahren auf Konstantanblechstreifen als Unterlage gelang es, diese Schwierigkeiten soweit zu überwinden, dass die Röntgenbilder rohe Schlüsse in Bezug auf die Kristalgrösse erlaubten. Für die massiven Eisendrähte ergab sich grössenordnungsmässig einige Mal 10^{-4} cm und für die Eisenschichten etwa 10^{-5} cm. Da erwartungsgemäss die Ausdehnung der Weissschen Bezirke geringer ist als die Kristalgrösse, ist dieses Ergebnis in befriedigender Übereinstimmung mit den oben aus magnetischen Messungen gezogenen Schlüssen.

Es ist interessant, unsere Grössenbestimmung der Weissschen Bezirke mit Werten zu vergleichen, die durch andere Messungen erzielt wurden. In erster Linie erwähnen wir eine Reihe von Messungen der Anfangspermeabilität als Funktion der Frequenz (1, 15, 16, 17, 18, 24, 25, 26, 27, 33, 37) bei Frequenzen der Grössenordnung $3 \cdot 10^{8}$ Hz und Zimmertemperatur. Auch aus diesen Messungen geht für die Grössenordnung der Weissschen Bezirke einige Mal 10^{-4} cm hervor. Andererseits liegen Messungen elektrolytischer Eisenschichten vor (34, 35), aus denen man auf Weisssche Bezirke der Grössenordnung 10^{-5} cm schliessen kann. Weiterhin sind Grössen-

bestimmungen der Weissschen Bezirke aus Barkhausensprüngen (5, S. 180) und aus Dämpfungswerten für Ultraschallschwingungen in massivem Eisen (5, S. 382) vorgenommen worden, die ebenfalls auf Grössenordnungen von einige Mal 10^{-4} cm schliessen lassen. Eine sehr augenfällige Messung der Weissschen Bezirke kann auf Grund der Bitterschen Streifen vorgenommen werden (5, S. 333). Auch hieraus ergibt sich die gleiche Grössenordnung, die allerdings vom Material und von der Vorbehandlung abhängt. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass unsere Deutungsergebnisse in befriedigender Übereinstimmung mit den bekannten Ergebnissen anderer Quellen sind.

Unsere Messungen geben zu einer Reihe von mehr oder weniger ungeklärten Fragen Anlass. Es ist unser Ziel, einige dieser Fragen durch weitere Messungen und Berechnungen zu lösen. Inzwischen erscheint es aber zweckdienlich, die wichtigsten Fragen dieser Art hier aufzuzählen, damit möglicherweise auch von anderer Seite ihre Lösung in Angriff genommen werden kann.

Die von uns sowohl bei Zimmertemperatur als in flüssigem Sauerstoff gemessenen Werte der Anfangspermeabilität liegen zwischen etwa 100 und 200. Das Ausgangsmaterial für die Drähte ist sehr rein (Carbonyleisen). Von J. L. Snoek wurde am gleichen Ausgangsmaterial die statische Permeabilität gemessen. Hierbei ergaben sich Werte zwischen 1000 und 2000.

Bei der Versuchsdurchführung wurde darauf geachtet, dass die Proben, die für die statischen bezw. die Hochfrequenzmessungen benutzt wurden, genau dieselbe mechanische und thermische Behandlung erfuhren. Eine Deutung dieser Diskrepanz steht noch aus. Hierüber müssen nähere Untersuchungen stattfinden. Man könnte bei der Erklärung an folgende Möglichkeiten denken:

Snoek und Heller haben darauf hingewiesen, dass bei der statischen Permeabilitätsbestimmung die magnetische Feldstärke parallel zur Drahtachse gerichtet ist, während diese Richtung bei unseren Messungen tangential zum Drahtumfang weist. Ausserdem weist Heller darauf hin, dass bei den statischen Messungen die magnetische Feldstärke ziemlich homogen über dem Drahtquerschnit verteilt ist, während bei unseren Messungen nur die Bezirke an der Drahtoberfläche vom magnetischen Feld erfasst werden. Wenn man annimmt, dass im Drahtinnern grössere Kristalle und grössere Weisssche Bezirke vorhanden sind als an der Drahtoberfläche,

was zu höherer mittlerer Permeabilität führen könnte, könnten diese Bemerkungen eine Deutung der genannten Tatsachen ergeben. Die grösseren Kristalle im Drahtinnern könnten vielleicht durch geringere Spannungen im Innern als an der Oberfläche verursacht werden. Für eine andere Erklärung sei auf die Arbeit von J. L. Snoek auf S. 609 dieser Zeitschrift verwiesen. Offenbar ergeben sich auf Grund dieser Betrachtungen neue Möglichkeiten in Bezug auf den Frequenzgang der Anfangspermeabilität von Eisendrähten in sehr grossen Frequenzgebieten (einige Hz bis etwa 10^8 Hz). Man könnte in diesem Frequenzintervall eine allmähliche Abnahme der gemessenen Anfangspermeabilität von etwa 1000 bis z.B. 100 erwarten. Die Ursache wäre, dass bei höheren Frequenzen die magnetischen Vorgänge sich immer näher an der Drahtoberfläche abspielen, wo kleinere Weiss sche Bezirke und kleinere Kristalle vorhanden wären als im Drahtinnern. Diese Überlegungen lassen Messungen der Kristallgrössenverteilung über den Querschnitt von Drähten und Permeabilitätsmessungen in grossen Frequenzintervallen an kontrolliertem Material erwünscht erscheinen. Gegenüber dem in der Einleitung über den Frequenzgang bei „idealen" Drähten Gesagten besteht kein Widerspruch, da wir hier ausdrücklich eine nicht homogene Drahtstruktur annehmen.

Unsere Permeabilitätswerte bei flüssiger Sauerstofftemperatur liegen bedeutend niedriger als bei Zimmertemperatur (Abb. 1), z.B. 125 gegen 175. Nach G. Heller könnte eine mutmassliche Deutung hierfür mit den gerade erwähnten Überlegungen zusammenhängen. Bei der niedrigen Temperatur ist der Hauteffekt mehr ausgeprägt (vergl. Gl. 2) als bei Zimmertimperatur. Folglich spielen sich die magnetischen Vorgänge bei der niedrigen Temperatur näher an der Drahtoberfläche ab als bei Zimmertemperatur. Hieraus würde auf Grund der obigen Betrachtungen eine kleinere Permeabilität bei der niedrigen Temperatur folgen.

Die Kurven *B* und *C* der Abb. 1 weisen auf einen Frequenzgang hin, wobei die Permeabilität nicht gleichmässig nach 1 sinkt, sondern zunächst bis zu einem höheren Wert (z.B. 50) abnimmt und dann vielleicht erst bei noch viel höheren Frequenzen gleich 1 wird (13). Andere Quellen zeigen keinen derartigen Kurvenverlauf. Während unsere Messungen bei —183°C stattfanden, sind diese anderen Messungen ausschliesslich bei Zimmertemperatur ausgeführt worden. Mann könnte sich nach G. Heller denken, dass bei der Abnahme

der Permeabilität zwei Ursachen zusammenwirken, von denen die eine temperaturabhängig ist und die andere nicht. Bei der letzteren wäre an Relaxationserscheinungen zu denken. Jedenfalls erscheint eine weitere experimentelle Verfolgung dieser Erscheinungen erwünscht.

Endlich ist die Feldstärkeabhängigkeit der Permeabilität ein Punkt, über den wir nur eine einzige Messung bei Zimmertemperatur und 10^8 Hz ausgeführt haben. Wie verhält es sich hiermit bei anderen Frequenzen und in flüssigem Sauerstoff? Eine hiermit eng zusammenhängende Frage ist jene nach dem Phasenwinkel zwischen magnetischer Feldstärke und Magnetisierung. Diese Punkte könnten durch weitere Messungen, namentlich auch solche der inneren Selbstinduktion der Eisendrähte als Funktion der Frequenz geklärt werden. Möglicherweise würde sich hieraus ein Zusammenhang mit den oben erwähnten Relaxationserscheinungen und mit dem Frequenzgang der Permeabilität in flüssigem Sauerstoff ergeben.

Es ist uns eine angenehme Pflicht, den Herren W. G. Burgers für Röntgenaufnahmen zur Bestimmung der Kristallgrösse, B. G. Dammers für Ratschläge bei den Tieftemperaturmessungen, G. Heller für die Aufstellung des Modells zur Deutung der Messergebnisse, sowie für Diskussionen, J. L. Snoek für die Beschaffung und Vorbehandlung der Drähte und Diskussionen, J. J. van der Spek und E. J. W. Verwey für Hilfe bezw. Ratschläge bei der Herstellung der Bäder für die dünnen elektrolytischen Eisenschichten herzlich zu danken.

Eingegangen am 1. Juni 1940.

Eindhoven, den 22. März 1940

LITERATURVERZEICHNIS

Die angeführten Stellen enthalten noch weitere Schrifttumshinweise.

1) W. Arkadiew, Das Spektrum der magnetischen Permeabilität des Eisens in dem Bereiche der Wellenlängen von 1 cm bis 1 km. Phys. Z., **22**, 511, 1921.

2) R. Becker, Bemerkungen zur Messung der Permeabilität mit Hilfe des Hauteffektes. Ann. Physik, **27**, 123—128, 1936.

3) R. Becker, Ferromagnetismus bei hochfrequenten Wechselfeldern. Z. techn. Phys., **19**, 542, 1938; Phys. Z. **39**, 856, 1938.

4) R. Becker, Die Bremsung der Magnetisierung durch mikroskopische Wirbelströme. Ann. Physik, **36**, 340—348, 1939.

5) R. Becker und W. Döring, Ferromagnetismus. Berlin, Springer, 1939.

6) W. F. Brown, Ferromagnetic domains and the magnetization curve. Journ. applied physics, **11**, 160—172, 1940.

7) W. G. Burgers und W. Elenbaas, Zonenartige Struktur elektrolytisch hergestellter Nickelschichten. Naturwissenschaften, **21**, 465, 1933.

8) A. Colombani, Sur un montage différentiel, à moyenne fréquence et à amplificateur, permettant la mise en évidence et la mesure de la perméabilité magnétique sur de très petits échantillons de substance. C. R. Acad. Sci. Paris, **210**, 47—48, 1940.

9) K. R. Dixit. Magnetische Eigenschaften dünner aufgedampfter Eisenschichten. Phys. Z., **39**, 580—582, 1938.

10) W. Elenbaas und W. E. van Pepye, Magnetische Eigenschaften dünner Metallschichten. Z. Phys., **76**, 829—848, 1932.

11) J. L. Glathart, The inner, initial, magnetic permeability of iron and nickel at ultra-high radiofrequencies. Phys. Rev., **55**, 833, 1939.

12) C. Gutton and Mme I. Mihul, Sur la perméabilité du fer aux fréquences élevées. C. R. Acad. Sci. Paris, **184**, 1234, 1927.

13) E. Hagen und H. Rubens, Über Beziehungen des Reflexions- und Emissionsvermögens der Metalle zu ihrem elektrischen Leitvermögen. Ann. Physik., **11**, 873—901, 1903.

14) E. Hinze, Über die Hautwirkung in ferromagnetischen Kreiszylindern bei schwachen Wechselfeldern. Ann. Physik., **19**, 143, 1934.

15) J. B. Hoag und H. Jones, Permeability of iron at ultra-radio frequencies. Phys. Rev., **42**, 571, 1932.

16) J. B. Hoag, Measurement of the frequency of ultra-radio waves. Proc. Inst. Radio Engs., **21**, 29—36, 1933.

17) J. B. Hoag und N. Gottleib, The inner initial permeability of iron and nickel from 98 to 410 megacycles. Phys. Rev., **55**, 410, 1939.

18) J. B. Hoag und J. L. Glathart, The outer, initial permeability of Nickel from 10 to 70 megacycles. Phys. Rev., **57**, 240, 1940.

19) L. R. Ingersoll und S. S. de Vinney, Non-magnetic films of nickel. Phys. Rev., **26**, 86—91, 1925.

20) L. R. Ingersoll und T. D. Hanawalt, The gas content, crystal structure and hydrogen absorption of sputtered nickel film. Phys. Rev., **34**, 972—977, 1929.

21) E. Jahnke und F. Emde. Funktionentafeln, Leipzig, Teubner.

22) M. Kohler, Zur magnetischen Widerstandsänderung reiner Metalle. Ann. Physik, **32**, 211, 1938.

23) K. Kreielsheimer, Die magnetische Permeabilität von Eisendrähten im Wellenlängenbereich von 46 bis 1000 m. Ann. Physik, **17**, 293, 1933.
24) K. F. Lindman, Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen längs dünner Metalldrähte und die Permeabilität des Eisens für Hertzsche Schwingungen. Z. techn. Phys., **19**, 158, 1938.
25) K. F. Lindman, Über die magnetische Permeabilität des Nickels für Hertzsche Schwingungen. Z. techn. Phys., **19**, 323, 1938.
26) K. F. Lindman, Über elektrische Wellen an einfachen Drähten und an Paralleldrahtsystemen (Permeabilität des Eisens und des Nickels). Z. techn. Phys., **20**, 185, 1939.
27) K. F. Lindman, Über die Permeabilität des Eisens und des Nickels für Hertzsche Schwingungen. Z. techn. Phys., **21**, 27—30, 1940.
28) R. Michels, Das Verhalten der magnetischen Anfangspermeabilität bei kurzen elektrischen Wellen. Ann. Physik, **8**, 877, 1931.
29) D. Möhring, Die Permeabilität von magnetischen Metallen im Gebiet der hohen Frequenzen. Z. Hochfrequenzt. u. Elektroakustik, **53**, 196—199, 1939.
30) J. Müller, Permeabilität von Nickel und Eisen bei sehr kleinen Wellenlängen $\lambda = 4$ bis 10 m. Z. Phys. **88**, 143, 1934.
31) E. Panczakiewicz, Magn. Ablauf und Wirbelstromverluste in Eisenblechen. Arch. Elektrotechn., **33**, 554, 1939.
32) A. Perrier, Remarques à propos de l'origine des variations de la susceptibilité avec la fréquence. Hel. phys. Acta, **7**, 474—475, 1934.
33) G. Potapenko und R. Sänger, Ein neues Messverfahren zur Bestimmung der ferromagnetischen Eigenschaften von Metallen im Gebiete sehr hoher Frequenzen. Z. Phys., **104**, 779, 1937.
34) S. Procopiu und G. d'Albon, Perméabilité magnétique à haute fréquence de couches minces de fer déposées électrolytiquement. C. R. Acad. Sci. Paris, **205**, 1373—1375, 1937.
35) S. Procopiu, Determination de l'épaisseur de la plus mince couche de fer, electrolytique, à laquelle disparaissent les discontinuités d'aimantation. C. R. Acad. Sci., Paris, **208**, 1212—1214, 1939.
36) R. Sänger, Some remarks on the frequency dependence of superconductivity and ferromagnetism. Phys. Rev., **44**, 302, 1933.
37) R. Sänger, Frequenzabhängigkeit der Permeabilität von Eisen, Nickel und Cobalt. Hel. phys. Acta, **7**, 478—480, 1934.
38) H. Schwarz, Strommessung bei sehr hohen Frequenzen. Z. Hochfrequenztechn., **39**, 160, 1932.
39) D. B. Sinclair, Parallel resonance methods for precise measurements of high impedances at radio frequencies and a comparison with the ordinary series resonance method. Proc. Inst. Radio Engs., **26**, 1466—1497, 1938.
40) A. Sommerfeld, Über die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes. Wied. Ann., **67**, 233, 1899.
41) M. J. O. Strutt, Die Permeabilität von Eisen, Nickel und Kobalt zwischen 10^6 und 10^7 Hertz. Z. Phys., **68**, 632, 1931.
42) M. J. O. Strutt, Bemerkungen über die Hochfrequenzpermeabilität von Eisen und Nickel. Z. Phys., **72**, 557, 1931.
43) M. J. O. Strutt, Skineffekt in einem geschichteten Kreiszylinder. Z. Hochfrequenztechn., **41**, 62, 1933.
44) M. J. O. Strutt und K. S. Knol, Messungen von Strömen, Spannungen und Impedanzen bis 20 cm Wellenlänge herab. Z. Hochfrequenztechn., **53**, 187—195, 1939.
45) M. J. O. Strutt und K. S. Knol, Widerstandsmessungen von Eisendrähten im Frequenzgebiet 10^7 bis $3 \cdot 10^8$ Hz. Physica, **7**, 145—154, 1940.

46) G. R. Wait, Magnetic permeability of iron and magnetite in high frequency alternating fields. Phys. Rev., **29**, 566, 1927.

47) G. R. Wait, F. G. Brickwedde und E. L. Hall, Electrical resistance and magnetic permeability of iron wire at radio frequencies. Phys. Rev., **32**, 967, 1928.

48) B. Wwedensky and K. Theodortschik, Über die Abhängigkeit der Permeabilität der Eisendrähte von der Frequenz im Wellenlängenbereich von 54 bis 705 m. Ann. Physik, **68**, 463, 1922.